Họ tên: Nguyễn Trung Dũng

MSSV: 19120486

**Bài 1:**

* Có:
* Đặt: , ta có:
* Mà:

Vậy:

**Bài 2:**

* Chứng minh quy nạp: với
  + Đặt
* Ta có dãy Fibonacci:
* Xét , ta thấy:

(đúng)

* Giả sử mệnh đề đúng với , tức là:

Cần chứng minh mệnh đề đúng với , tức là cần chứng minh:

Thật vậy:

Vậy:

**Bài 3:**

* Thao tác cơ sở: a[j - 1] > a[j]
* Ta có:
  + *Trường hợp tốt nhất*: mảng được sắp xếp tăng dần, chạy từ . Vì vậy:
  + *Trường hợp xấu nhất*: mảng được sắp xếp giảm dần, ta có số lần so sánh cần thực hiện là:
  + *Trường hợp trung bình*:

Tổng số lần thực hiện phép so sánh sau lần duyệt thứ là:

Mà xác suất để chương trình dừng tại mỗi lần duyệt là nên:

Mà:

**Bài 4:**

* Thao tác cơ sở: a[j] > v
* Ta có:
  + *Trường hợp tốt nhất*: chạy từ , a[j] <= v (mảng đã được sắp xếp không giảm) nên thao tác cơ sở chỉ được thực hiện 1 lần cho mỗi
  + *Trường hợp xấu nhất*: mảng đã được sắp xếp giảm dần, số lân tối đa thực hiện thao tác cơ sở cho mỗi là lần
  + *Trường hợp trung bình*:

Xác suất để chèn phần tử thứ vào chỗ trong phần tử trước là

Số lần so sánh để chèn vào vị trí là lần

Số lần so sánh để chèn vào vị trí là lần

Vậy số lần so sánh trung bình tại vòng lặp thứ là:

**Bài 5:**

* Thao tác cơ sở: curSum += a[k]
* Xét vòng for i:
* Xét vòng for j:
  + Có thể thấy: hai vòng lặp đầu mỗi lần lặp sẽ xét một cặp duy nhất ; 2 vòng for này sẽ đi qua hết tất cả các cặp như vậy
* Xét vòng for k:
  + Cứ mỗi cặp thì đi từ

Thao tác cơ sở sẽ được lặp lại lần đối với mỗi cặp

Vậy, gọi là tổng số lần thực hiện thao tác cơ sở với mảng phần tử, ta có:

* Xét các cặp với chiều dài , số các cặp như vậy trong khoảng là cặp

Vậy ta có:

Mà